

## Charges de surface dans l'eau

### 1 Interaction coulombienne entre deux plaques chargées dans l'eau pure

On considère deux plaques de verre chargées dans un liquide pur (eau pure par exemple). Les seuls ions de la solution sont donc ceux qui sont relâchés de la surface ; ces ions proviennent de la dissociation de groupes ionisables de la surface. On notera  $\sigma > 0$  la densité de charge sur chaque surface (en  $\text{C m}^{-2}$ ) et  $D$  la distance entre les plaques.

1. Rappelez l'équation de Poisson-Boltzmann pour le potentiel électrostatique  $\Psi(\mathbf{r})$  et écrivez-la dans le cas présent où seul les contre-ions de charge  $-q$  sont présents entre les plaques. Introduisez un potentiel adimensionné  $\phi(\mathbf{r})$  et l'inverse d'une longueur  $m$ .
2. Écrivez l'équation de Poisson-Boltzmann dans la géométrie considérée. Quelle symétrie la solution doit-elle vérifier ? À partir des conditions aux limites, donnez l'expression du champ électrique  $E_s$  à chaque surface.
3. En multipliant l'équation de Poisson-Boltzmann par  $\phi'(x)$  montrez que

$$\frac{\phi'(x)^2}{2} - m^2 \frac{c(x)}{c_0} \quad (1)$$

est une constante. Déduisez-en une équation pour  $c(x)$ . Notez qu'on peut choisir  $c(0) = c_0$  ; on fera ce choix dans la suite.

4. Cherchez la solution à cette équation sous la forme  $c(x) = c(0)/[\cos(ax)]^2$ .
5. En utilisant la conservation de la charge ou la condition au bord, déterminez une équation pour  $c_0$  ou  $m$ . Identifiez les régimes de charge de surface faible et forte.
6. Calculez la concentration  $c_s$  pour une densité de charge de surface de  $\sigma = 0,3 \text{ C m}^{-2}$  à la température  $T = 300 \text{ K}$ . Calculez la charge dans une couche d'épaisseur  $0,2 \text{ nm}$  et comparez cette valeur à la charge de surface.

### 2 Distribution d'ions près d'une interface chargée dans l'eau salée

On considère ici une seule plaque de charge de surface  $\sigma$  en contact avec un milieu semi-infini composé d'un électrolyte contenant des ions de charge  $\pm q$  et concentration  $c_\infty$  loin de la plaque. On néglige les ions fournis par la plaque.

7. Écrivez l'équation de Poisson-Boltzmann dans cette configuration et utilisez la même procédure que précédemment pour obtenir une équation adimensionnée.
8. Résolvez cette equation. La solution de  $v''(x) = \text{sh}(v(x))$  est donnée par  $\text{th}(v(x)/4) = A \exp(-x)$ , avec  $A$  une constante.
9. Linéarisez l'équation de Poisson-Boltzmann, ce qui correspond à l'approximation de Debye-Hückel, et résolvez-la. Comparez ce résultat à celui de la question précédente.
10. Comme précédemment, obtenez une équation qui relie la charge de surface  $\sigma$  au potentiel de surface  $\Psi_s$  et identifiez les régimes de faible et de grande charge de surface.