

## Dynamique de mouillage

### 1 Mouillage des surfaces texturées

On cherche à mettre en évidence l'effet de la structuration de surface sur les propriétés de mouillage d'une surface. On considère une surface plane dont la rugosité est constituée de plots cylindriques de rayon  $a$ , de hauteur  $h$  et de densité  $\rho$ . On introduit le paramètre sans dimension appelé fraction surfacique  $\phi_s = \rho\pi a^2$ . On pose sur ce substrat une goutte d'angle de contact  $\theta_0$  sur surface lisse et on néglige l'hystérésis d'angle de contact. On note  $\theta$  l'angle de contact macroscopique.

1. Calculez la rugosité  $r$  du substrat, définie comme le rapport de l'aire réelle sur l'aire apparente. Dans l'état Wenzel, où le liquide pénètre entre les plots, déterminez les énergies superficielles par unité d'aire apparente  $\Gamma_{sv}$  et  $\Gamma_{sv}$  et déduisez-en la loi de Wenzel,

$$\cos \theta = r \cos \theta_0. \quad (1)$$

2. Tracez  $\cos \theta$  en fonction de  $\cos \theta_0$ . Précisez la valeur  $\theta_m$  de  $\theta_0$  pour laquelle le liquide démouille complètement la surface rugueuse, et la valeur  $\theta'_m$  de  $\theta_0$  pour laquelle il la mouille complètement.

3. Pour un substrat tel que  $\theta_0 = 120^\circ$ ,  $a = 1 \mu\text{m}$  et  $h = 5 \mu\text{m}$ , quelle doit être la valeur de  $\rho$  pour que l'angle de contact atteigne  $180^\circ$  ?

En fait, lorsque la surface rugueuse est hydrophobe ( $\theta > 90^\circ$ ), le liquide ne rentre pas entre les plots spontanément. On observe une situation de mouillage composite pour laquelle le liquide est uniquement en contact avec le sommet des plots. Cet état « fakir » est appelé *état Cassie-Baxter*.

4. Montrez que l'état Cassie-Baxter apparaît lorsque  $\cos \theta_0$  est inférieur à une valeur  $c$  qu'on exprimera en fonction de  $r$  et  $\phi_s$ . Montrez que  $-1 < \cos \theta_m < c$ .

5. Calculez l'angle de contact macroscopique  $\theta$  de la goutte sur la surface rugueuse lorsque  $\theta_0 > \theta_c$ . Tracez  $\cos \theta$  en fonction de  $\cos \theta_0$  dans le domaine  $90^\circ < \theta_0 < 180^\circ$ .

6. Calculez l'angle de contact apparent  $\theta$  pour le même substrat que précédemment avec  $\phi_s = 0,3$ . Comment devrait-on choisir  $\phi_s$  et  $r$  pour que  $\theta$  atteigne  $170^\circ$  alors que  $\theta_0 = 120^\circ$  ?

### 2 Dynamique de la ligne triple

L'angle de contact  $\theta_E$  correspond à l'équilibre des forces. Si le coin avance à vitesse  $V$ , cet angle est modifié et la force de traction qui s'applique (qui tire le liquide en zone sèche) s'écrit

$$F = \gamma_{sv} - \gamma_{sl} - \gamma \cos(\theta_D), \quad (2)$$

avec  $\theta_D$  l'angle de contact dynamique. La dynamique de la ligne triple est complexe car elle fait intervenir à la fois des phénomènes locaux (à l'échelle moléculaire) et des phénomènes visqueux à grande échelle. On cherche à établir la relation force/vitesse dans le cas  $\theta \ll 1$  où les effets macroscopiques dominent.

7. Écrivez la force de traction en fonction de l'angle de contact à l'équilibre  $\theta_E$  et développez-la dans la limite  $\theta_E, \theta_D \ll 1$ . L'angle de contact dynamique est-il plus grand ou plus petit que l'angle de contact statique ? Quelle est la puissance générée par cette force de traction et comment est-elle dissipée ?

8. On suppose que l'écoulement dans la direction  $x$  domine. Quelles conditions aux limites vérifie  $v_x(x, z)$  en  $z = 0$  et  $z = h(x)$ , où  $h(x)$  est l'épaisseur du fluide à une distance  $x$  de la ligne triple ? Déterminez la vitesse en fonction

de  $z$  et d'un paramètre  $a(x)$  en la cherchant sous la forme d'un polynôme en  $z$ . Utilisez la conservation du volume pour déterminer  $a(x)$ . Que vaut la vitesse à l'interface ?

**9.** La puissance dissipée par unité de volume est  $\eta[\partial_z v_x]^2$ . Calculez la puissance dissipée par viscosité par unité de longueur dans la direction transverse. Quel problème pose l'intégrale sur  $x$  et comment y remédier en général ? En pratique  $s = \int_{x_{\min}}^{x_{\max}} x^{-1} dx \simeq 15$  à  $20$ .

**10.** En égalant la puissance dissipée par viscosité et la puissance de la force de traction, trouvez une équation pour l'angle de contact dynamique  $\theta_D$  faisant intervenir le nombre capillaire  $Ca = \eta V/\gamma$  dont vous discuterez la signification.