Université Claude Bernard Lyon 1 – 2025-2026

Master de Physique – Physique de la Matière Molle

Mouillage et gravité – Solution

1 Adhésion capillaire

On considère une goutte de volume V placée entre deux plaques identiques séparées d'une distance $h \ll V^{1/3}$. On néglige l'effet de la gravité.

1. La surface de contact entre la goutte et chaque plaque est un disque de rayon R de sorte que $\pi R^2 h \simeq V$, avec $R \gg h$. L'approximation vient du fait qu'on n'a pour l'instant pas tenu compte de la courbure de l'interface ; elle est exacte pour un angle de contact $\theta = \pi/2$.

Par un raisonnement géométrique simple, on trouve que le rayon de courbure r de l'interface vérifie $r\cos(\theta) = h/2$.

La pression dans la goutte est donnée par la loi de Laplace,

$$p = \gamma \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{r}\right) \simeq -\frac{\gamma}{r} = -\frac{2\gamma\cos(\theta)}{h}. \tag{1}$$

Cette pression est négative pour une surface hydrophile, positive pour une surface hydrophobe.

La force de contact est donnée par la somme de la tension de surface et de la pression :

$$F = -2\pi R\sin(\theta)\gamma + \pi R^2 p = -2\pi R\sin(\theta)\gamma - \frac{2\pi R^2\gamma\cos(\theta)}{h} \simeq -\frac{2\pi R^2\gamma\cos(\theta)}{h} \simeq -\frac{2V\gamma\cos(\theta)}{h^2}. \tag{2}$$

2. L'aire de la goutte est $A = V/h$, et l'énergie du système est

$$U = 2A(\gamma_{\mathrm{sl}} - \gamma_{\mathrm{sv}}) = -2A\gamma\cos(\theta). \tag{3}$$

En la dérivant par rapport à l'épaisseur, on a

$$F = -\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}h} = -\frac{2V\gamma\cos(\theta)}{h^2}. \tag{4}$$

3. On trouve

$$F_{h=1\,\mu\mathrm{m}} \simeq 1\times 10^4\,\mathrm{N}, \tag{5}$$
$$F_{h=100\,\mu\mathrm{m}} \simeq 1\,\mathrm{N}. \tag{6}$$

2 Montée capillaire

4. On utilise une approche énergétique. L'énergie du système dépend de la hauteur h de montée :

$$U = 2\pi Rh(\gamma_{\mathrm{sl}} - \gamma_{\mathrm{sv}}) + \pi R^2 \times \frac{\rho g h^2}{2}. \tag{7}$$

La hauteur de montée s'obtient en annulant la dérivée par rapport à h, ce qui donne

$$\gamma_{\mathrm{sv}} - \gamma_{\mathrm{sl}} = \frac{\rho g R h}{2} \simeq 55\,\mathrm{mJ\,m^{-2}}. \tag{8}$$

3 Épaisseur d'une flaque

On cherche à déterminer l'épaisseur h d'une flaque d'eau sur un substrat sur lequel elle a un angle de contact θ.

5. On note le volume V de la flaque, qui est fixe, et $A = V/h$ son aire. L'énergie est la somme de l'énergie interfaciale et de l'énergie gravitationnelle :

$$U = A(\gamma_{\mathrm{sl}} + \gamma_{\mathrm{lv}} - \gamma_{\mathrm{sv}}) + A \times \frac{\rho g h^2}{2} = \frac{\gamma V}{h}[1 - \cos(\theta)] + \frac{\rho g V h}{2}. \tag{9}$$

Quand l'épaisseur augmente, l'énergie interfaciale diminue et l'énergie gravitationnelle augmente. À l'équilibre, $\mathrm{d}U/\mathrm{d}h = 0$, ce qui donne

$$h = \ell_{\mathrm{c}}\sqrt{2[1 - \cos(\theta)]}. \tag{10}$$

6. Considérons le volume de contrôle qui englobe le bord de la flaque et calculons l'équilibre entre les forces qui poussent la plaque à s'étaler, la tension solide-vapeur et la pression, et celles qui la poussent à s'épaissir, les tensions solide-liquide et liquide vapeur :

$$\gamma_{\mathrm{sv}} + \frac{\rho g h^2}{2} = \gamma_{\mathrm{sl}} + \gamma_{\mathrm{lv}}. \tag{11}$$

En utilisant la loi d'Young-Dupré, on arrive à l'expression précédente.

7. La hauteur de la flaque est une fonction croissante de l'angle de contact. Quand celui-ci est faible, on peut développer, $\cos(\theta) \simeq 1 - \theta^2/2$, ce qui donne

$$h \simeq \ell_{\mathrm{c}}\theta. \tag{12}$$