

Forces de van der Waals

1 Force de van der Waals entre deux objets macroscopiques

L'énergie potentielle d'interaction entre deux molécules A et B est $W_{AB}(D) = -C_{AB}/D^6$, où C_{AB} est la somme des trois interactions dipôle-dipôle et D est la distance entre les deux molécules. Dans un premier temps, on cherche à déterminer l'énergie d'interaction entre une molécule A et un demi-espace infini fait de molécules B avec une densité ρ_B , $\mathcal{E}_B$, en fonction de la distance D entre la molécule et le demi-espace. Cela revient à intégrer l'interaction sur le demi-espace :

$$W_{A\mathcal{E}_B} = \int_{\mathcal{E}_B} \rho_B W_{AB}(\mathbf{r} - \mathbf{r}_A) d\mathbf{r}, \quad (1)$$

où $\mathbf{r}_A$ est la position de la molécule A .

1. Calculez l'énergie d'interaction entre la molécule A et le demi-espace $\mathcal{E}_B$.
2. Calculez l'énergie d'interaction entre deux demi-espaces parallèles constitués respectivement de molécules A et B et distants de D . Montrez que l'énergie par unité de surface est de la forme

$$w = -\frac{A_H}{12\pi D^2}, \quad (2)$$

où A_H est la constante de Hamaker. Quelle est la force par unité de surface ?

2 Force de van der Waals entre un cône et un plan

On veut ici calculer l'énergie d'interaction entre un cône d'ouverture α ($\alpha = \pi/2$ pour un plan) et un plan.

3. En combinant le résultat de la question précédente avec l'approximation de Derjaguin, calculez l'énergie d'interaction et la force.

3 Théorie de Lifshitz

L'approche théorique de Lifshitz consistant à traiter le matériau comme continu permet de calculer la constante de Hamaker pour l'interaction de van der Waals entre deux demi-espaces de permittivités relatives ϵ_i et d'indices optiques n_i , $i \in \{1, 2\}$ à travers un troisième matériau caractérisé par ϵ_3 , n_3 , et sa fréquence d'ionisation moyenne ν_e :

$$A_H = \frac{3}{4}kT \left(\frac{\epsilon_1 - \epsilon_3}{\epsilon_1 + \epsilon_3} \right) \left(\frac{\epsilon_2 - \epsilon_3}{\epsilon_2 + \epsilon_3} \right) + \frac{3h\nu_e}{8\sqrt{2}} \frac{(n_1^2 - n_3^2)(n_2^2 - n_3^2)}{(n_1^2 + n_3^2)^{1/2}(n_2^2 + n_3^2)^{1/2} \left[(n_1^2 + n_3^2)^{1/2} + (n_2^2 + n_3^2)^{1/2} \right]} \quad (3)$$

4. Discutez l'interprétation des deux termes de la constante de Hamaker.
5. Réécrivez la constante de Hamaker dans le cas où les matériaux 1 et 2 sont identiques.
6. Faites l'application numérique pour une couche de polystyrène de 1 nm d'épaisseur confinée entre deux couches parallèles de mica. On donne : $\epsilon_1 = 5,4$, $\epsilon_3 = 2,55$, $\nu_e = 2,7 \times 10^{15}$ Hz, $n_1^2 = 2,496$, $n_3^2 = 2,528$, $h = 6,63 \times 10^{-34}$ J s, et $kT = 5,28 \times 10^{-21}$ J.
7. Calculez l'aire pour laquelle l'énergie de van der Waals est égale à l'énergie thermique kT .

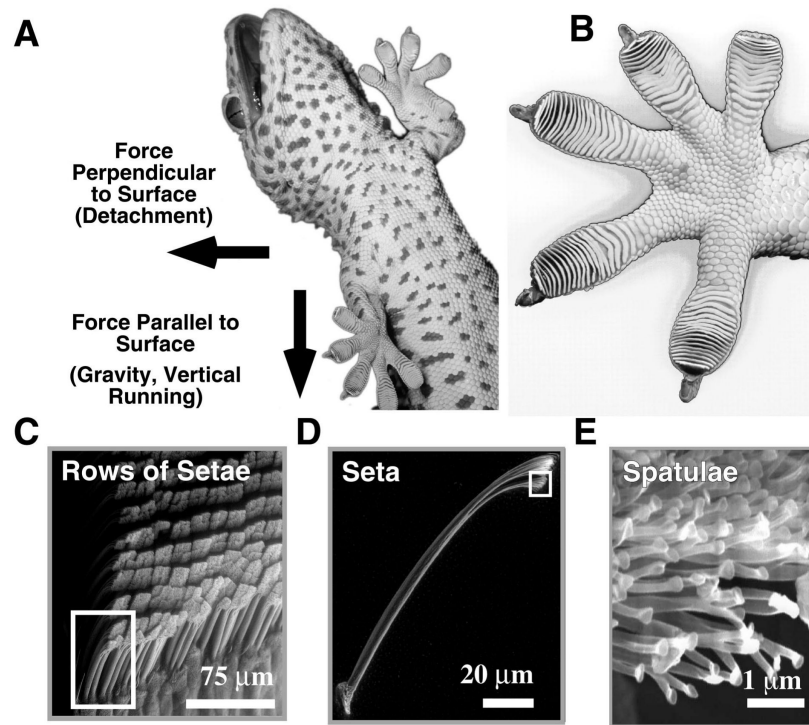


FIGURE 1 – Figure et légende d’après Ref. [1]. Gecko adhesive structures and methods used to measure setal adhesive function. Images (A) and (B) by Mark Moffett. Figure modified from Autumn et al. (2000), Nature. A) Ventral view of a tokay gecko (Gekko gecko) climbing a vertical glass surface. Arrows represent the forces acting on the gecko’s feet as it climbs. B) Ventral view of the foot of a tokay gecko, showing seta-bearing scansors. C) Setae are arranged in a nearly grid-like pattern on the ventral surface of each scansor. In this scanning electron micrograph, each diamond-shaped structure is the branched end of a group of four setae clustered together in a tetrad. Box shows seta enlarged in (D). D) Single isolated gecko seta used in measurements in Autumn et al. (2000). Box shows spatulae enlarged in (E). E) Spatular tips of a single gecko seta.

4 Forces de van der Waals et le gecko

Cet exercice est issu de l’article [1]. Le gecko est un petit lézard de 50 g qui fascine depuis longtemps la communauté scientifique. En effet, il est capable de grimper sur des murs et des plafonds de natures très différentes tout en se déplaçant à des vitesses atteignant plusieurs ms^{-1} . L’explication de cette capacité du gecko repose sur les caractéristiques très particulières de ses pattes. Comme nous pouvons l’observer sur la figure 1, chaque doigt du gecko se termine par une griffe et porte plusieurs bandes parallèles. Les orteils du gecko sont recouverts de fibres souples dites *sétules* (forme de cheveux), qui se ramifient elles-mêmes en *spatules*. Chaque sétule, composée d’un millier de spatules, résiste à une force de 200 μN . La densité de sétules dans le gecko est de $14\,400\text{ mm}^{-2}$. Si on considère que l’aire de la patte du gecko est d’environ 220 mm^2 , on en déduit la présence de $6,5 \times 10^6$ sétules pour l’ensemble du gecko. L’anatomie particulière du gecko a amené les scientifiques à émettre initialement deux hypothèses possibles pour expliquer le mécanisme d’adhésion du gecko. On sait maintenant que le gecko adhère aux murs par la force de van der Waals qui dérive de l’énergie par unité d’aire (2). On prendra les valeurs numériques suivantes : $A_H = 1 \times 10^{-20}\text{ J}$ et $D = 1,5 \times 10^{-10}\text{ m}$.

8. Calculez le nombre de spatules requis pour assurer la force d’adhésion d’une sétule. On modélise les spatules comme des petites branches avec un petit disque de rayon $0,2\mu\text{m}$ au bout qui adhère sur la surface.

9. Quel est le pourcentage de sétules nécessaire pour qu’un gecko supporte une force d’adhésion de 20 N.

10. Un autre aspect important dans l’étude du gecko concerne sa grande vitesse de déplacement sur des parois verticales, qui nécessite des attachements et détachements rapides et répétés. Expliquez quels problèmes cela peut soulever et comment ils sont résolus.

Références

- [1] Kellar Autumn and Anne M. Peattie. Mechanisms of Adhesion in Geckos. *Integrative and Comparative Biology*, 42(6) :1081–1090, December 2002.