

Forces de van der Waals

1 Force de van der Waals entre deux objets macroscopiques

1. On se place dans le référentiel cartésien tel que le demi-espace corresponde à $z > 0$ et que la molécule A se trouve en $(0, 0, -D)$ On utilise ensuite les coordonnées cylindriques. On a donc

$$W_{A\mathcal{E}_B} = -\rho_B C_{AB} \int_0^\infty dz \int_0^\infty 2\pi r dr \frac{1}{[r^2 + (z + D)^2]^3} \quad (1)$$

$$= -\frac{\pi\rho_B C_{AB}}{2} \int_0^\infty dz \left[\frac{-1}{[r^2 + (z + D)^2]^2} \right]_{r=0}^\infty \quad (2)$$

$$= -\frac{\pi\rho_B C_{AB}}{2} \int_0^\infty \frac{dz}{(z + D)^4} \quad (3)$$

$$= -\frac{\pi\rho_B C_{AB}}{6D^3}. \quad (4)$$

2. Si on considère une demi-droite $\mathcal{D}_A$ de molécules A de densité linéique λ_A , l'énergie d'interaction avec le demi-espace $\mathcal{E}_B$ est obtenue par intégration de l'énergie (4) sur D :

$$W_{\mathcal{D}_A\mathcal{E}_B} = -\frac{\pi\lambda_A\rho_B C_{AB}}{12D^2}. \quad (5)$$

En intégrant sur les demi-droites pour former un demi-espace $\mathcal{E}_A$ de densité ρ_A , on obtient une énergie par unité de surface

$$w = -\frac{\pi\rho_A\rho_B C_{AB}}{12D^2} = -\frac{A_H}{12\pi D^2}, \quad (6)$$

où $A_H = \pi^2\rho_A\rho_B C_{AB}$ est la constante de Hamaker. La force par unité d'aire est

$$f = -\frac{\partial w}{\partial D} = -\frac{A_H}{6\pi D^3}. \quad (7)$$

2 Force de van der Waals entre un cône et un plan

3. Dans l'approximation de Derjaguin, on découpe le plan en fonction de la distance z entre les deux surfaces, en supposant qu'on peut utiliser la force par unité d'aire (7) :

$$F = -\frac{A_H}{6\pi} \int_0^\infty \frac{a(z)dz}{z^3}, \quad (8)$$

où $a(z)dz$ est l'aire projetée du cône dont la distance au plan est comprise entre z et $z + dz$. On voit que $a(z)dz = 2\pi \tan(\alpha)^2 (z - D)dz$. On a donc

$$F = -\frac{A_H}{3} \tan(\alpha)^2 \int_D^\infty \frac{z - D}{z^3} dz = -\frac{A_H \tan(\alpha)^2}{6D}. \quad (9)$$

3 Théorie de Lifshitz

4. Le premier terme est induit par les fluctuations thermiques ($\propto kT$), le second par les fluctuations quantiques ($\propto h$).

5.

$$A_H = \frac{3}{4}kT \left(\frac{\epsilon_1 - \epsilon_3}{\epsilon_1 + \epsilon_3} \right)^2 + \frac{3h\nu_e}{16\sqrt{2}} \frac{(n_1^2 - n_3^2)^2}{(n_1^2 + n_3^2)^{3/2}}. \quad (10)$$

6. On trouve

$$A_H^{\text{th}} \simeq 5,1 \times 10^{-22} \text{ J}, \quad (11)$$

$$A_H^{\text{quant}} \simeq 2,2 \times 10^{-23} \text{ J}. \quad (12)$$

On voit que les fluctuations thermiques dominent. La constante de Hamaker totale est $A_H \simeq 5,3 \times 10^{-22} \text{ J}$.

7. Calculez l'aire pour laquelle l'énergie de van der Waals est égale à l'énergie thermique kT . Cette aire $\mathcal{A}$ est donnée par

$$\mathcal{A} = \frac{12\pi D^2}{A_H} kT \simeq 380 \text{ nm}^2. \quad (13)$$

4 Forces de van der Waals et le gecko

8. La force d'adhésion d'une spatule est

$$F_{\text{spatule}} = \frac{A_H \pi R_{\text{spatule}}^2}{6\pi D^3} \simeq 20 \text{ }\mu\text{N}. \quad (14)$$

Il faut donc environ 10 spatules pour assurer la force de $200 \text{ }\mu\text{N}$, soit seulement 1 % des spatules.

9. Avec $200 \text{ }\mu\text{N}$ par sétule, il en faut 1×10^5 pour assurer une force d'adhésion de 20 N , soit seulement 1,5 % des sétules.

10. Les forces évaluées ci-dessus sont énormes, il peut donc être difficile pour le gecko de se détacher du substrat. De plus, les contacts doivent se mettre en place et se détacher très rapidement, ils ne doivent donc pas s'endommager. Pour se détacher, le gecko semble en fait « peler » ses pattes du substrat. C'est un moyen efficace de détacher un morceau de ruban adhésif, bien plus efficace que de tirer sur l'ensemble du ruban perpendiculairement au substrat.