

ESPCI
Systèmes linéaires, signaux et bruit
TD 1 : Système avec mémoire exponentielle

On considère un système dont la sortie $s(t)$ est reliée à l'entrée $e(t)$ par

$$\frac{ds}{dt}(t) = e(t) - \gamma \int_{-\infty}^t e^{-(t-t')/\tau} s(t') dt', \quad (1)$$

où $\tau > 0$ est un temps de mémoire caractéristique et $\gamma \in \mathbb{R}$ est un paramètre.

1. Ce système est-il linéaire et invariant ?
2. En étudiant la réponse à l'entrée $e(t) = e^{pt}$, déterminez la fonction de transfert de ce système.
3. Sous quelle condition sur γ ce système est-il stable et causal ?
4. Quand cette condition est satisfaite, déterminez la réponse indicielle (la réponse à une fonction de Heaviside) et vérifiez que les valeurs obtenues pour $s(0)$, $\dot{s}(0^+)$ et $s(t \rightarrow \infty)$ correspondent à celles attendues à partir de l'équation (1). Il n'est pas nécessaire d'utiliser des expressions explicites, vous pourrez introduire des notations pour les pôles de la fonction de transfert.
5. Pour quelles valeurs de γ la réponse impulsionnelle présente-t-elle un comportement oscillant ?
6. En dérivant l'équation (1), montrez que ce système peut être décrit par une équation différentielle, et retrouvez le résultat de la question 2.